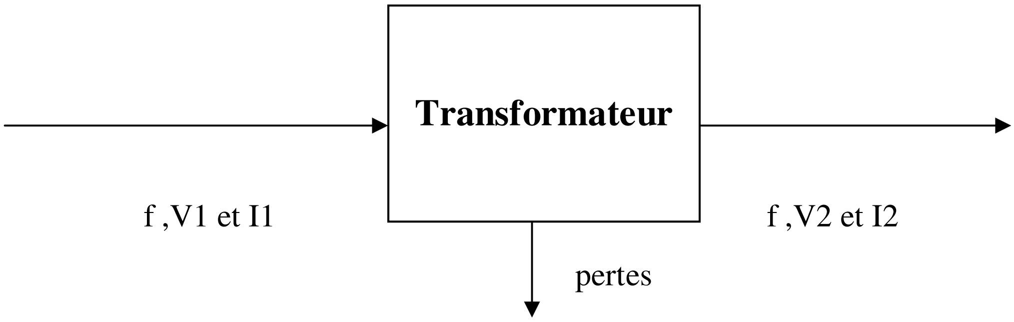
Transformateur monophasé

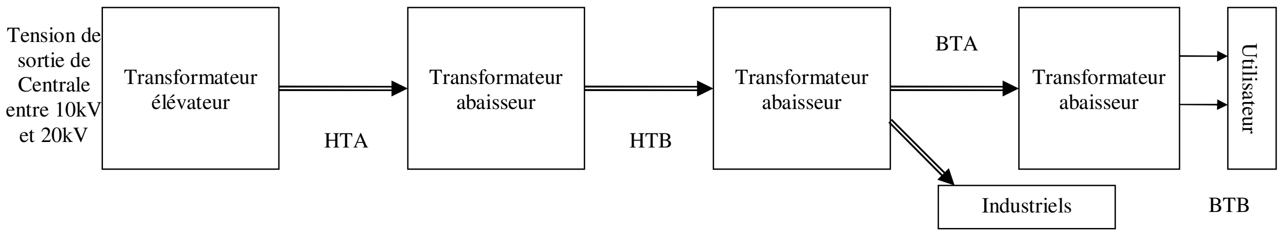
1) Introduction sur le transformateur

Utilisation des transformateurs



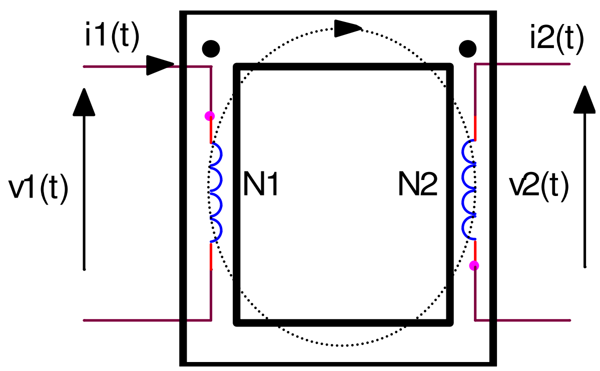
Utiliser en sortie de centrale, le transformateur élève la tension pour transporter sur de grande distance la puissance en minimisant les pertes dans les lignes (220kV à 700kV), puis des transformateurs abaissent la tension pour les utilisateurs industriels ou particuliers(en France 27 millions).

Le transformateur transforme les grandeurs V1 et I1 sous une fréquence fixe en d'autres grandeurs V2 et I2 soit à la baisse, soit à la hausse mais avec la même fréquence.



2) Constitution

Un transformateur monophasé est un circuit magnétique fermé qui supporte 2 enroulements distincts (sans liaison électrique entre les deux enroulements).



On alimente en alternatif le primaire par une tension sinusoïdal V1, un flux forcé s'établit dans le circuit magnétique, le secondaire est alors soumis à une variation de flux donc d'après la loi de Lenz sera le siége d'une FEM induit.

$$V1 \rightarrow \phi \rightarrow V2 = -N2\frac{d\phi}{dt}$$

En connectant une charge au secondaire du transformateur, un courant I2 circule dans les enroulements, le transformateur fonctionne alors en charge.

Le circuit magnétique du transformateur est constitué de tôles empilées en acier au silicium isolées entre elles. Cella afin de diminuer les pertes joules par les courants de Foucault et les pertes par hystérésis.

3) Loi de Faraday :

Dans le bobinage du transformateur si l'on néglige r et lf on a aux bornes du transformateur l'expression suivante :

$$-e = N\frac{d\varphi}{dt} = V1$$

Comme le flux est sinusoïdal car l'enroulement est alimenté en alternatif alors $\phi = \phi_{\max} \sin \omega t$

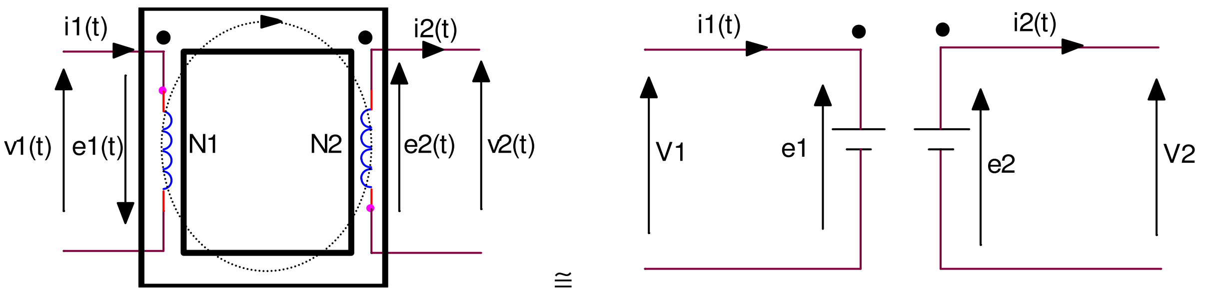
En valeur maximum $V1_{\max} = N1.\omega.\phi_{\max}$ comme $V1_{\max} = V1_{eff}.\sqrt{2}$ et $\omega = 2\pi f$ alors la valeur de la tension efficace qui entre dans le transformateur sera :

$$V1_{eff} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} n1.f.\phi_{\max}$$ soit $$V1_{eff} = 4{,}44.N1.f.\phi_{\max}$$

Exemple : calcule de $B_{\max}$ crée par une bobine de N1=1000 spires sous une tension V1eff=230V et f=50Hz, canalisé dans un circuit magnétique de section 9cm2 non saturé.

$$V1_{eff} = 4{,}44.N1.f.B_{\max}.S \qquad \rightarrow B_{\max} = \frac{V1_{eff}}{4{,}44.1000.50.0{,}0009} = 1{,}15T$$

4) Convention de signe



L'étoile représente le couplage magnétique du circuit, c'est-à-dire le sens des flux crée par les enroulements.

Par convention, le primaire sera pris comme un récepteur et le secondaire comme un générateur.

Par convention, on comptera > les courants qui entrent par l'étoile (et inversement), et > les tensions qui pointent l'étoile.

5) Transformateur parfait (sans fuite magnétique $lf1 = 0$ et même flux dans tout le circuit magnétique).

Hypothèses :

- les résistances de bobinages r1 et r2 sont nuls
- circuit magnétique parfait : perméabilité du fer infini soit $\Re = \dfrac{l}{S.\mu}$ =0
- Hypothèse Hopkinson : $\sum NI = \Re\phi = 0$

Equations

$$e1 = N\frac{d\varphi}{dt} = V1$$

$$e2 = N\frac{d\varphi}{dt} = V2$$

$$N1.I1 - N2.I2 = \Re.\phi = 0$$

En utilisant les inductances mutuelles pour un transformateur parfait, on trouve le rapport de transformateur suivant :

$$V1 = L1\frac{dI1}{dt} + M\frac{dI2}{dt} \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow \frac{dI2}{dt} = \frac{V1}{M} - \frac{L1}{M}\frac{dI1}{dt}$$

$$V2 = L2\frac{dI2}{dt} + M\frac{dI1}{dt}$$

alors

$$V2 = L2\left(\frac{V1}{M} - \frac{L1}{M}\frac{dI1}{dt}\right) + M\frac{dI1}{dt} = \frac{L2.V1}{M} + \left(M - \frac{L2.L1}{M}\right)\frac{dI1}{dt} \text{ avec } M^2 = L1.L2$$

Donc cela $V2 = \dfrac{L2}{M}V1 \rightarrow V2 = \sqrt{\dfrac{L2}{L1}}V1$ si l'on remplace par $L1 = \dfrac{N1^2}{\Re}\, et\, \dfrac{N2^2}{\Re} = L2$ on obtient $V2 = \dfrac{N2}{N1}V1$

6) Rapport de transformateur

Le rapport de transformateur m est donné par la relation entre les tensions induites du primaire et du secondaire.

$m = \dfrac{e2}{e1}$ si le transformateur parfait $m = \dfrac{V2}{V1}$ mais aussi $m = \dfrac{N2.\omega.\phi}{N1.\omega.\phi} = \dfrac{N2}{N1}$

On peut trouver aussi un rapport de transformation à partir de la loi d'Hopkinson

$$N1.I1 - N2.I2 = 0 \rightarrow\rightarrow\rightarrow N1.I1 = N2.I2 \rightarrow\rightarrow\rightarrow \frac{N2}{N1} = \frac{I1}{I2} = m$$

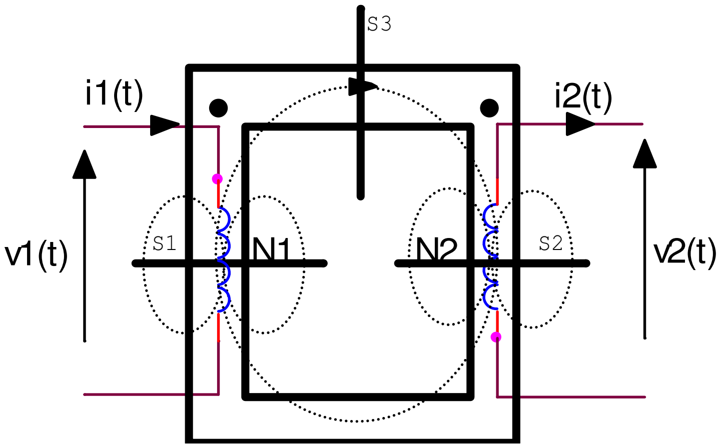
D'où pour un transformateur parfait le rapport de transformation : $m = \dfrac{e2}{e1} = \dfrac{V2}{V1} = \dfrac{N2}{N1} = \dfrac{I1}{I2}$

Interprétation du rapport m :

- m>1 donc N2>N1 le transformateur est élévateur
- m<1 donc N2<N1 le transformateur est abaisseur
- m=1 donc N2=N1 transformateur d'isolement.

7) Transformateur réel

Notion d'inductance de fuite



Flux embrassé par les différente section S1, S2 et S3 :

- S3 embrasse un flux φ
- S1 embrasse un flux φ1= φ+ φf1
- S2 embrasse un flux φ2= φ+ φf2

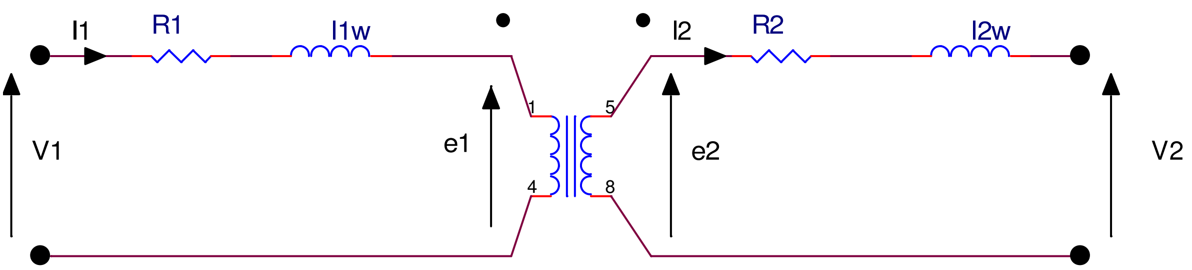
Au primaire on peut écrire $N1.\varphi 1 = N1.\varphi + N1.\varphi f1 \Rightarrow \varphi_{t1} = \varphi_t + \varphi_{tf1}$

Donc $\varphi t_{f1} = l1.I1$ avec $l1$ inductance de fuite que l'on retrouvera dans le schéma équivalent.

Et $\varphi t_{f2} = l2.I2$ avec $l2$ inductance de fuite que l'on retrouvera dans le schéma équivalent.

Equations :

Les résistances r1 et r2 ne sont plus négligeables et $\Re \neq 0$. On tient compte des pertes dues au courant de Foucault et cycle d'hystérésis.



$$V1 = r1.I1 + l1\frac{dI1}{dt} + e1 \quad \text{et } V2 = -r2.I2 - l2\frac{dI2}{dt} + e2$$

Donc en valeur complexe :
$\underline{V1} = r1.\underline{I1} + jl1\omega\underline{I1} + \underline{e1}$ et $\underline{e2} = r2.\underline{I2} + jl2\omega\underline{I2} + \underline{V2}$

Donc le théorème d'ampère : $\overrightarrow{N1.I1} + \overrightarrow{N2.I2} = \overrightarrow{\Re.\varphi}$

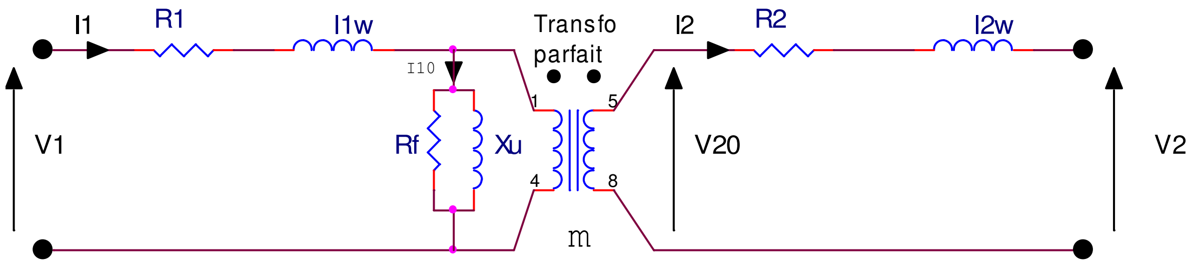
Pour le fonctionnement à vide $\overrightarrow{N1.I10} = \overrightarrow{\Re.\varphi 0}$

Pour le fonctionnement en charge : $N1.I1 - N2.I2 = \Re\varphi$

En supposant que les fuites sont faibles et que les résistances de bobinage soient faible on peut donc écrire que le flux en charge est environ égale au flux à vide $\varphi 0 = \varphi$

Alors cela nous donne la loi d'Hopkinson : $N1.I1 - N2.I2 = N1.I10$
I10 étant le courant magnétisant, celui qui crée le flux à vide et en charge.

8) Schéma équivalent.

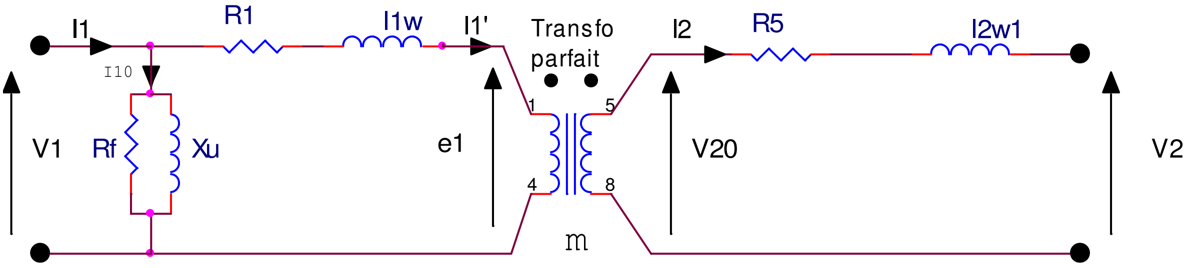


- R1 et R2 résistances des enroulements du transformateur
- l1 et l2 sont les inductances de fuites des enroulements
- Rf matérialise les pertes fer (courant de Foucault et Hystérésis)
- m rapport de transformation idéal $m = \frac{N2}{N1}$
- V1 tension d'entrée
- V2 tension de sortie
- I10 courant à vide ou magnétisant : $I10 = I1 - I1'$
- I2 courant de sortie
- Xµ impédance magnétisante

9) Modèle simplifié

Hypothèses :

- Chute de tension à vide dans r1 et l1 négligeable
- À vide I2=0 $N1.I1' = N2.I2 = 0 \Rightarrow I1' = 0$ donc $V1_{eff} = 4{,}44.N1.f.\phi_{\max}1$



10) Schéma équivalent ramené au secondaire.

Pour simplifier les calcules dans des applications de distributions, on utilise souvent le schéma équivalent suivant qui ramène les pertes joules et les fuites au secondaires.

On utilisera pour cela l'hypothèse d'Hopkinson $\Re = 0$ car on suppose parfait le transformateur parcouru par I1' et I2.

On cherche donc à identifier les valeurs de Rs et Xs=lsw.

$e1 = -r1.I1' - l1\dfrac{dI1'}{dt} + V1$ en * par m

$$m.e1 = m\left(-r1.I1' - l1\frac{dI1'}{dt} + V1\right) = e2$$

$$V20 = r2.I2 + l2\frac{dI2}{dt} + V2 = e2$$

$$m\left(-r1.I1' - l1\frac{dI1'}{dt} + V1\right) = r2.I2 + l2\frac{dI2}{dt} + V2$$

$$\left(-m.r1.I1' - m.l1\frac{dI1'}{dt} + m.V1\right) = r2.I2 + l2\frac{dI2}{dt} + V2$$

Si l'on pose que $V20 = V1 * m$ lors de l'essai à vide et $I1' = m.I2$
$V20 - m.r1.m.I2 - jl1.m.\omega.m.I2 = V2 + r2.I2 + jl2.\omega.I2$

Après simplification on trouve l'équation suivante :

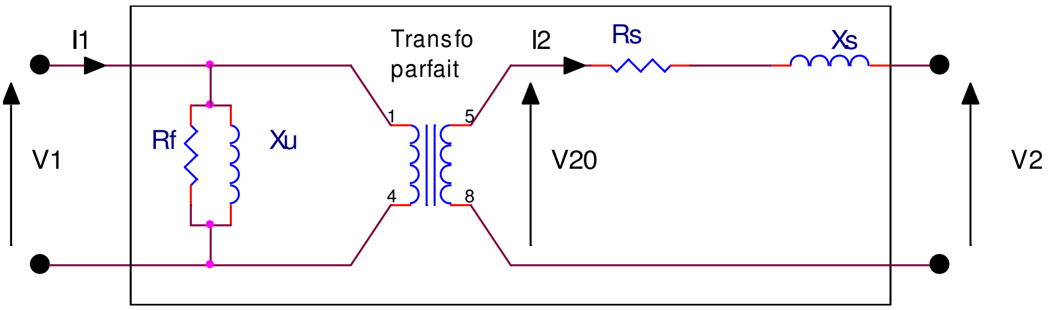
$$V2 = V20 - (m^2 r1 + r2)I2 - j(m^2 l1 + l2)\omega I2$$
$$V2 = V20 - RsI2 - jXsI2$$

Avec les éléments suivants :

$Rs = m^2 r1 + r2$

$ls = m^2 l1 + l2$

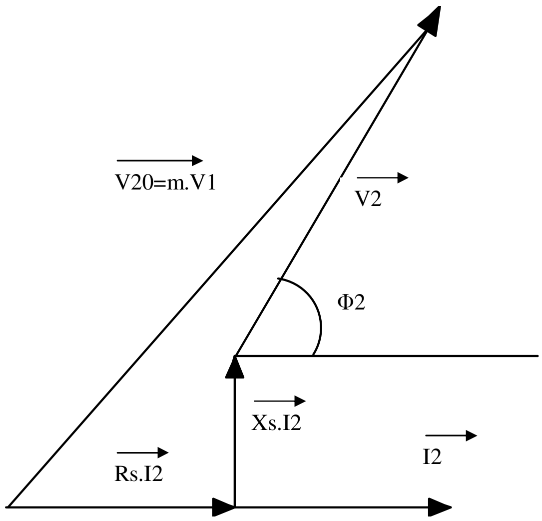
Le schéma équivalent ramené au secondaire est le suivant :



11) Diagramme de Kapp du transformateur.

Le diagramme de Kapp traduit en diagramme de Fresnel l'équation trouvée précédemment et permet ainsi de trouver la valeur de V2.

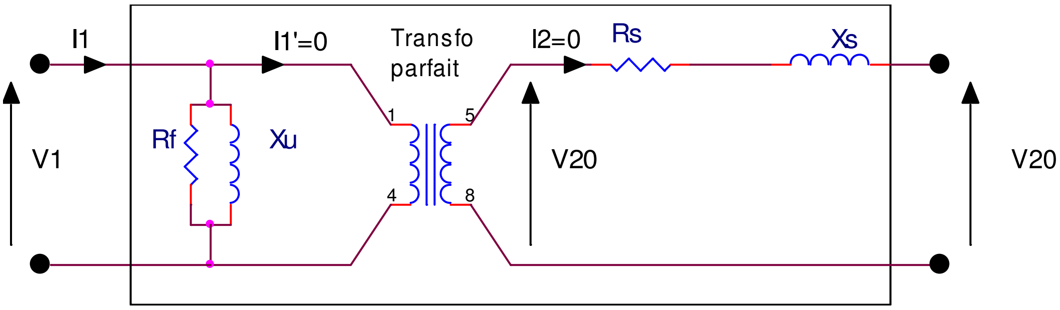
Pour ce diagramme on prendra comme origine des phases le courant I2.



Il faut donc procéder à des essais pour déterminer les éléments du schéma équivalent.

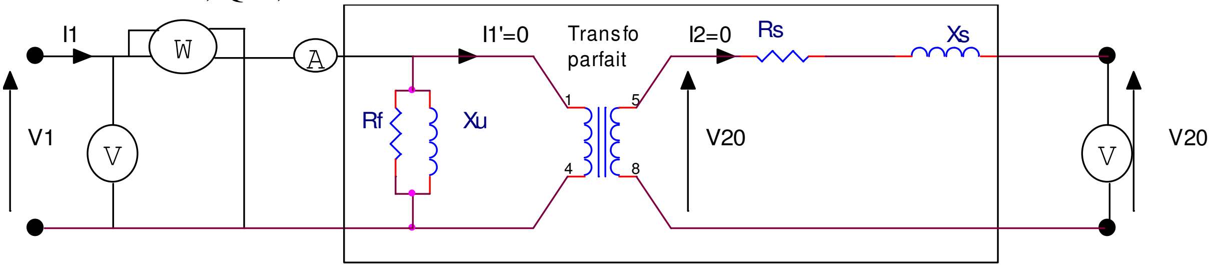
12) Essai à vide

Il n'y a pas de charge au secondaire du transformateur donc I2=0 ce qui impose que I1'=0



On place les appareils de mesure pour mesurer :

P10, Q10, V20 et I10



A vide, la majorité des pertes sont représentées par les pertes fer (Foucault et hystérésis).

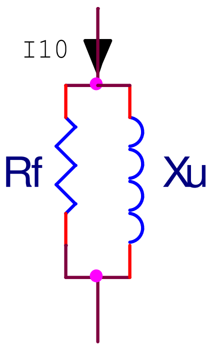
Les pertes par courant de Foucault sont fonctions de la nature et la forme des tôles employées et les pertes par hystérésis sont fonction de la forme du cycle d'hystérésis donc de la qualité d'aimantation des tôles.

$$Pfer\begin{pmatrix} P_{foucault} = K_f .e^2 .\omega^2 .B^2{}_{\max} \\ P_{hystérésis} = \omega .K_h .B^2{}_{\max} \end{pmatrix}$$

K_f qualité de la conductibilité des tôles , e l'épaisseur et K_h coef de la nature des matériaux.

Détermination du rapport de transformation : $m = \dfrac{V20}{V1}$

Avec le wattmètre on détermine $P10 = V1.I10.\cos\varphi 10 \approx Pfer$



$$Q10 = \frac{V1^2}{X\mu} \Rightarrow X\mu = \frac{V1^2}{Q10}$$

$$P10 = \frac{V1^2}{Rf} \Rightarrow Rf = \frac{V1^2}{P10}$$

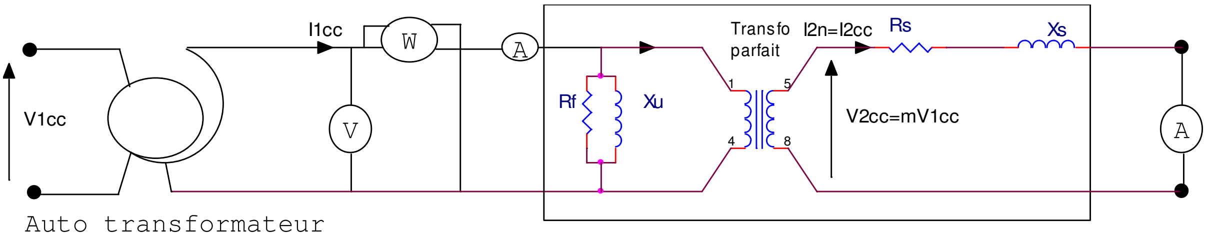
Les valeurs de Rf et Xμ ne changent pas en charge car les pertes Pfer sont fonction de la fréquence et de B, mais comme entre le fonctionnement à vide et en charge, le champ d'induction ne varie presque pas on peut donc dire que V1=V10.

13) Essai en court-circuit :

Le secondaire du transformateur est court-circuité, mais le primaire est alimenté par une tension variable et très réduite. Un auto transformateur assure cette opération afin de ne pas dépassé le courant nominale I2n =I2cc

Comme l'alimentation du primaire V1cc est très réduite, la valeur du champ Bmax est très diminué cela à pour incidence de négliger les pertes fer.

Schéma de montage



Bilan de puissance :

$P1cc = Pfer + P2cc$ Comme $Pfer = \frac{V1^2}{Rf} \approx 0$ car V1cc très faible.

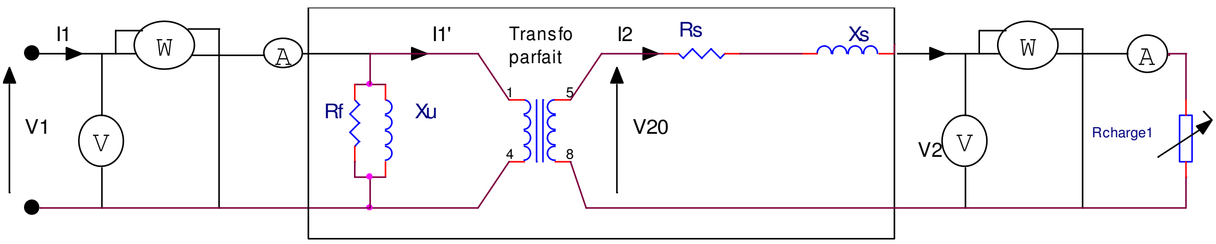
$P1cc = P2cc = Rs.I2cc^2$ Donc $Rs = \frac{P1cc}{I2cc^2}$

De plus au secondaire on peut écrire : $m.V1cc = Zs.I2cc$ avec $Zs = \sqrt{Rs^2 + Xs^2}$

D'où $Zs = \frac{m.V1cc}{I2cc}$

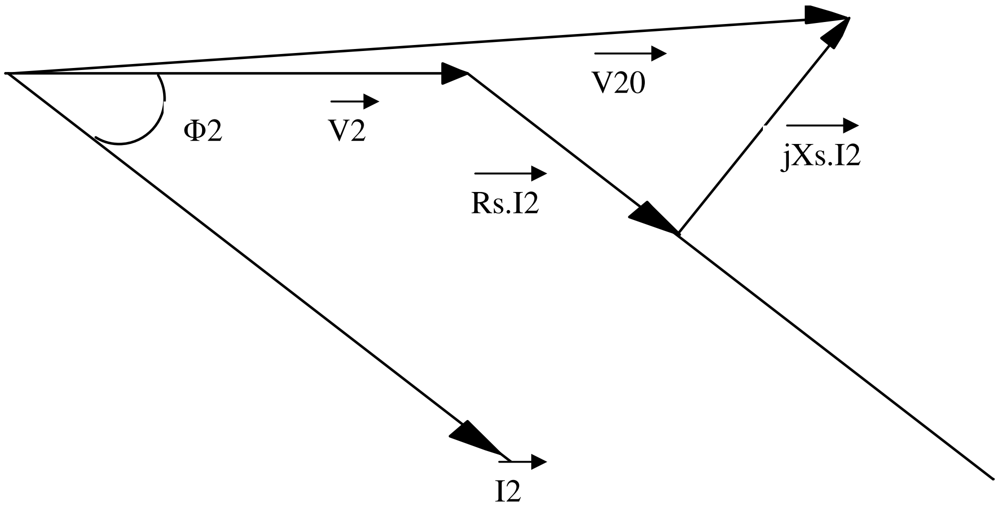
14) Essai en charge.

Le transformateur est alimenté sous une tension nominale,on le fait débiter sur des charges variables pour relever les caractéristiques de la chute de tension et du rendement en fonction de I2.



La chute de tension sera la suivante :
$\Delta V2 = V20 - V2$

En utilisant le diagramme de Kapp on peut pas approximation déterminer cette chute de tension : $\overrightarrow{V20} = \overrightarrow{V2} + \overrightarrow{RsI2} + j\overrightarrow{XsI2}$



Par approximation on peut écrire : $\Delta V2 = Rs.I2.\cos\varphi 2 + Xs.I2.\sin\varphi 2$

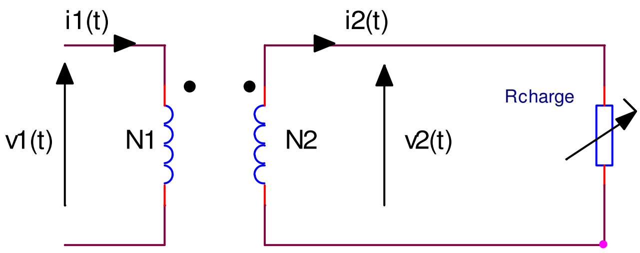
En prenant les valeurs de P2 et Q2 au secondaire, il est possible aussi d'évaluer la chute de tension $\Delta V2$

$$P2 = V2.I2.\cos\varphi 2 \qquad I2.\cos\varphi 2 = \frac{P2}{V2}$$

$$Q2 = V2.I2.\sin\varphi 2 \qquad I2.\sin\varphi 2 = \frac{Q2}{V2}$$

$$\Delta V2 = Rs.\frac{P2}{V2} + Xs\frac{Q2}{P2}$$

15) <u>Rendement</u>



$$\eta = \frac{V2.I2.\cos\varphi 2}{V2.I2.\cos\varphi 2 + Pfer + Rs.I2^2}$$

Ou encore $\eta = \dfrac{V2.\cos\varphi 2}{V2.\cos\varphi 2 + \dfrac{Pfer}{I2} + Rs.I2}$

Pour trouver le rendement maximum il suffit que le dénominateur soit au minimum.

$$\left(\frac{Pfer}{I2}\right) + Rs.I2 = 0 \Rightarrow -Rs.I2 = \frac{Pfer}{I2} \Rightarrow \left| \; Pfer = Rs.I2^2 \; \right| \Rightarrow Pfer = Pj$$

Donc quand les pertes fer sont égales aux pertes joules, le rendement sera maximum.

16) Transformateur Triphasé

La manière la plus simple de réaliser i transformateur triphasé est d'utiliser trois transformateurs monophasés identiques, dont les enroulements primaires et secondaires peuvent être connectés soit en triangle, soit en étoile.

Quatre combinaisons sont possibles :

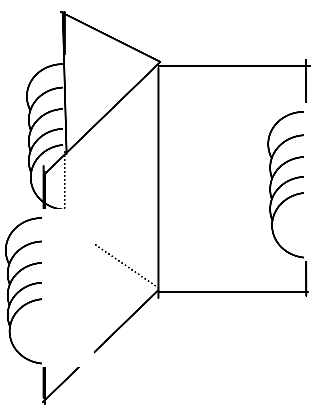
- 1^E et 2^E
- 1^E et 2T
- 1T et 2^E
- 1T et 2T

Il existe aussi des couplages Zig-Zag au secondaire des transformateurs.

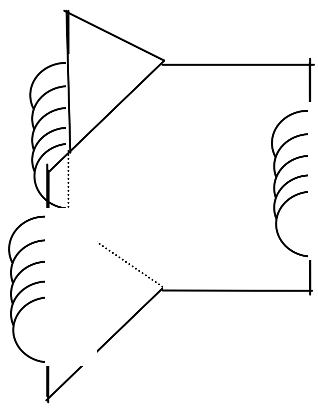
La notation de ces couplages peut aussi s'écrire par exemple:

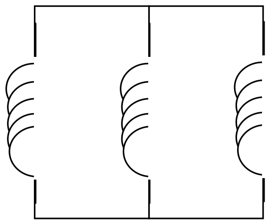
Yy11 (primaire en étoile et secondaire en étoile avec un indice horaire à 11heures)
Dy11 (primaire en triangle et secondaire en étoile avec un indice horaire à 11heures)
Yz (primaire en étoile et secondaire en Zig-Zag)

D'autres transformateurs sont réalisés en un seul bloc ou le primaire et le secondaire sont disposés de manière concentrique.



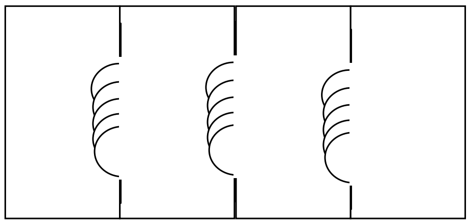
ou





Flux forcé mais attention au circuit déséquilibre

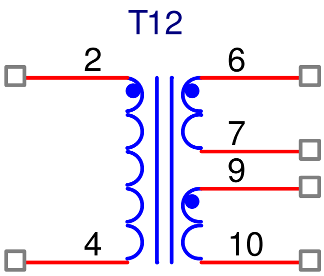
Flux libre mais plus encombrant



Ces transformateurs se comportent comme trois transformateurs monophasés, donc l'étude d'un transformateur monophasé peut servir à l'étude du triphasé.

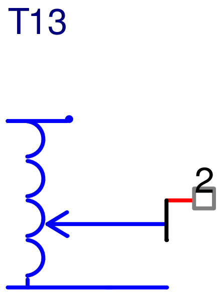
17) Autre transformateurs

Transformateur à prise médiane



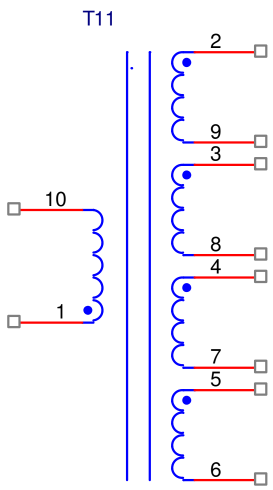
Deux tensions de sorties

Autotransformateur



V2 variable mais attention le primaire et le secondaire ont un point commun

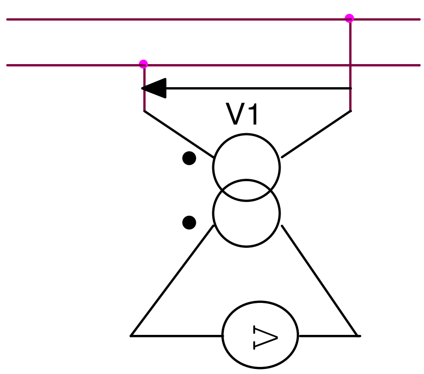
Transformateur à secondaires multiples



Plusieurs tensions de sortie sont disponibles

18) Transformateur de mesure

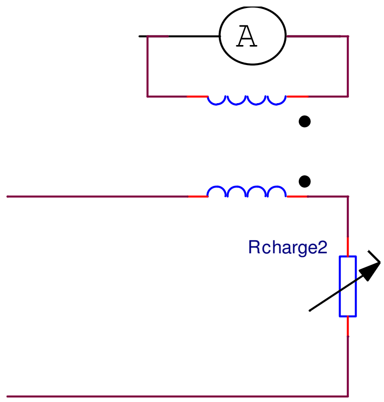
Mesure de tension en HT



Transformateur à vide avec un voltmètre à haute résistance interne

$$m = \frac{V2}{V1} = \frac{N2}{N1}$$ Pour le comptage EDF

Mesure d'intensité



Transformateur TI ne doit jamais avoir son secondaire ouvert $m = \frac{N2}{N1} = \frac{I1}{I2}$ le secondaire est en CC sur Ra faible